

Milý řešiteli,

vítáme Tě u 2. série úloh 4. ročníku korespondenčního semináře MoRoUS. Doufáme, že se ti budou další úlohy líbit a také se něco nového naučíš.

2. série 2017/2018

Termín odeslání 2. série: **14. 1. 2018**

Našeho starého známého prof. Morouse již dobře znáte. Žije na planetě Mu obíhající kolem hvězdy slunečního typu vzdálené pouhých 12 světelných let od Země, obydlené v podstatě pouze roboty, které si sem profesor Morous přivezl či je vyrobil. Většinu času tráví sám ve své pracovně, sepisující paměti ze svého života. Nedávno však oslavil své významné kulaté narozeniny, na které pozval i svou tchyni. Tchyně se profesorovi neustále snažila dokázat, že roboti jsou neužitečné kusy železa a proto si na něj připravila minule několik nelehkých úloh. Zdálo by se, že poté co jeho roboti vyhráli v nejvyšší robotické lize a navíc uklidili tchyni její počítač, se mu snad konečně podaří ji přesvědčit o tom, že roboti mohou být také velmi užiteční. Ale jak to tak vypadá, tak jednoduché to s ní nebude a i dále se bude snažit profesora a jeho roboty nachytat...

Kam posílat řešení?

Až budeš mít řešení hotové, pošli nám prosím celá svá řešení, včetně všech nákresů, programků, prostě vše co by nám usnadnilo opravování Tvé úlohy. Stačí, když pošleš řešení jen některých úloh nebo jejich částí.

Řešení posílej nejlépe e-mailem na adresu seminar@morous.fel.cvut.cz, nebo poštou (řešení každé úlohy v tomto případě napiš na samostatný papír A4) na adresu

Korespondenční seminář Morous,
Katedra kybernetiky FEL ČVUT,
Karlovo náměstí 13,
121 35 Praha

Aleš, Honza, Kája, Klárka, Martin, Mirek, Ondra a Terka

Úloha č. 1: Zavlažování (20 bodů)

Jeden z dalších úkolů, který si vymyslela tchyně prof. Morouse pro jeho roboty bylo, aby jí pomohli uklidit její rozsáhlou zahradu a upravit vzdálené ovládání několika fontán rozmístěných po zahradě. Morousova tchyně si velice ráda hraje, a tak ovládání fontán není z nejjednodušších. K fontánám vede složitá spleť hadic, propojených nejrůznějšími regulačními spojkami. Celá tato síť je ovládaná několika ventily umístěnými v garáži. Jak ale nastavit tyto ventily tak, aby se k jednotlivým fontánám skutečně dostala voda pod dostatečným tlakem, není vůbec jednoduché, natož pak celou síť hadic upravit a zjednodušit. Tchyně se těšila, jak touto úlohou profesorovi zavaří a konečně mu dokáže, že jeho roboti skutečně nejsou zdaleka tak inteligentní jak by se zdálo.

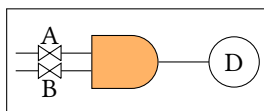
Problém spočívá v tom, že ke každé fontáně je více ovládacích ventilů. Po chvilkovém zkoumání profesor zjistil, že ovládací ventily mají dva stavy (otevřeno nebo zavřeno). Tzn. pokud je ovládací ventil ve stavu „otevřeno“, hadicí protéká voda pod vysokým tlakem, pokud je ve stavu „zavřeno“, voda hadicí neprotéká (nízký tlak vody).

Každá fontána pracuje pouze tehdy, pokud se k ní přes ovládací ventily dostane voda pod dostatečným (vysokým) tlakem.

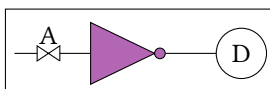
Prof. Morous si také všiml, že hadice se musí někde spojovat, aby k fontáně vedla pouze jedna výstupní hadice. K této činnosti slouží na zahradě různobarevné dekorativní „regulační kameny“ (tyto kameny fungují v podstatě jako regulační spojky jednotlivých hadic).

Prof. Morous zjistil, že kameny se stejnou barvou fungují stejně a činnosti těchto kamenů popsal takto:

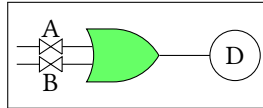
Oranžový kámen Pokud je v obou vstupních hadicích (zde A a B) vysoký tlak vody, nastavuje se ve výstupní hadici (zde D) vysoký tlak vody. Jinak se nastavuje ve výstupní hadici nízký tlak vody.



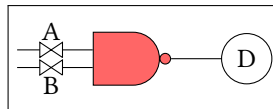
Fialový kámen Pokud je ve vstupní hadici (zde A) vysoký tlak vody, nastavuje se na výstupní hadici (zde D) nízký tlak vody. Jinak se nastavuje na výstupní hadici vysoký tlak vody.



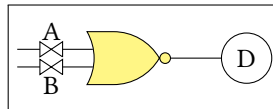
Zelený kámen Pokud je alespoň v jedné ze vstupních hadic (zde A či B) vysoký tlak vody, nastavuje se na výstupní hadici (zde D) vysoký tlak vody. Jinak se nastavuje na výstupní hadici nízký tlak vody.



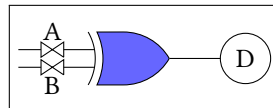
Červený kámen Pokud je v obou vstupních hadicích (zde A a B) vysoký tlak vody, nastavuje se na výstupní hadici (zde D) nízký tlak vody. Jinak se nastavuje na výstupní hadici vysoký tlak vody.



Žlutý kámen Pokud je alespoň v jedné ze vstupních hadic (zde A či B) vysoký tlak vody, nastává se na výstupní hadici (zde D) nízký tlak vody. Jinak se nastavuje vysoký tlak vody.

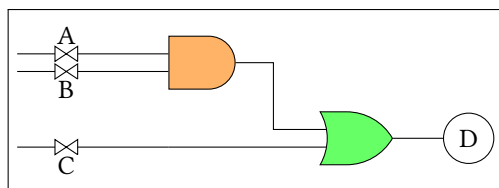


Modrý kámen Pokud je v obou vstupních hadicích stejný tlak vody, nastavuje se na výstupní hadici nízký tlak vody. Jinak se nastavuje vysoký tlak vody (tzn. pokud je na vstupních hadicích rozdílný tlak vody, nastavuje se na výstupní hadici vysoký tlak vody).



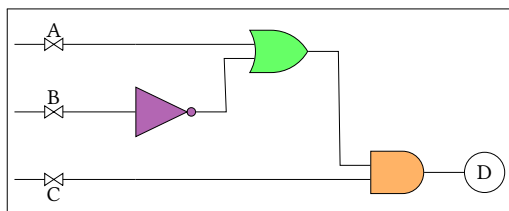
Příklad

Mějme tři ovládací ventily A, B, C. D je vstup do fontány. Pokud ventil C bude ve stavu otevřeno (vysoký tlak vody), fontána bude vesele fungovat. Pokud bude ve stavu otevřeno pouze ventil A (vysoký tlak vody), fontána nebude (vesele ☹) fungovat.



Otázka 1.1

Dostal jsi od Prof. Morouse tuto cestu. Profesora by zajímalo, jak nastavit ventily, které jsou označeny A, B, C (stav: otevřeno 1, zavřeno 0), aby daná fontána pracovala. Doplň hodnoty D do tabulky (1 – k fontáně je přiveden vysoký tlak vody – fontána pracuje; 0 – nízký tlak vody – fontána nepracuje).



A	B	C	D
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

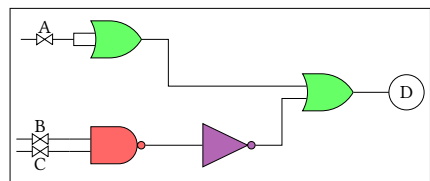
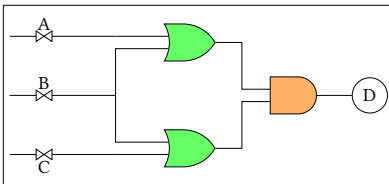
Otázka 1.2

Pomocí oranžových, modrých a fialových kamenů postav následující cestu dle této tabulky:

A	B	C	D
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

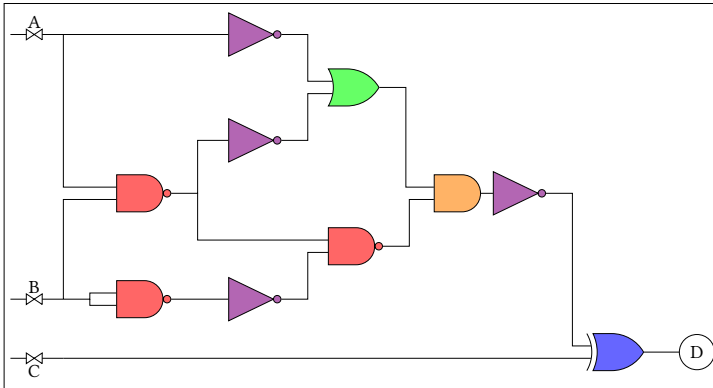
Otázka 1.3

Jsou následující dvě cesty stejné? Tzn. je hodnota (tlak vody) na D stejný pro obě cesty (při stejném nastavení ventilů A, B, C)? Svoji odpověď zdůvodni. Pozn.: Pokud se hadice rozdělují aniž by na křižovatce byl regulační kámen, ve všech propojených hadicích je stejný tlak vody.



Otázka 1.4

Pokus se minimalizovat počet kamenů na dané cestě. (Nápověda: minimální počet jsou 2 kameny.)



Otázka 1.5

Lze libovolnou sekvenci jakýchkoliv barevných kamenů (červený, modrý, oranžový, žlutý, fialový, zelený) přestavět pouze na kameny:

1. červené?



2. žluté?



3. modré?



Úloha č. 2: Generátory (20 bodů)

Po náročné práci na zahradě toužil prof. Morous po troše soukromí a tichu. Vzpomněl si na svou velikou půdu, kterou již roky nenavštívil a říkal si, že by na ní možná mohl nalézt nějaké poklady a staré vzpomínky, které by se mu mohly hodit do jeho knihy pamětí. Při průzkumu půdy profesor našel starou krabici plnou náhodných generátorů. Jsou to krabičky, které po stisknutí tlačítka zobrazí náhodně číslo od nuly do devíti. Morous tyto generátory používá ve spoustě svých robotů a tak se mu jich podařilo nashromáždit za ty roky již velké množství. Jenže některé generátory jsou rozbité, tedy po stisku tlačítka zobrazují stále to samé číslo.

Otázka 2.1

Profesor se rozhodl krabici projít a vadné generátory vyřadit. To udělal tak, že vzal každý generátor, třikrát zmáčkl tlačítko, a pokud třikrát ukázal stejné číslo, dal generátor do krabice na vyhození. Pokuste se určit, jaká je šance (pravděpodobnost), že do krabice na vyhození odložil funkční generátor. Na základě toho odhadněte, kolik minimálně generátorů skončilo v krabici na vyhození, jestliže jich otestoval celkem 10 000.

Pozn.: Pravděpodobnost říká, jaká je šance, že se daný konkrétní jev v rámci daných konkrétních podmínek uskuteční. Pravděpodobnost daného jevu se vypočítá tak, že vezmete počet příznivých jevů a vydělíte je počtem všech možných jevů. Její výpočet si ukážeme na jednoduchém příkladě, kdy máme určit, jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný den v týdnu připadne na víkend. Počet příznivých jevů je 2 (protože víkend trvá dva dny v týdnu), počet možných výsledků je 7 (7 dní v týdnu). Pravděpodobnost daného jevu je tedy $\frac{2}{7} = 0.285$. Výsledek můžeme zapsat i v procentech, tedy 28.5%. Pokud si nejste jisti co to je pravděpodobnost a jak ji vypočítat, podívejte se například na <https://www.wikihow.cz/Jak-vypočítat-pravděpodobnost>, kde je popsáno, jak pravděpodobnost vypočítat i pro složitější případy.

Otázka 2.2

Protože se prof. Morous při třídění generátorů nudil, rozhodl se zahrát si hru. Kdykoli odkládal generátor, o kterém si myslel, že je vadný, dal ho na pravou stranu krabice, když bylo číslo, které na něm padlo, sudé, a na levou stranu, pokud bylo toto číslo liché. Postupně sledoval nepoměr mezi tím, kolik jich je napravo a kolik nalevo. Přestože je pravděpodobnost, že generátor skončí na pravé straně stejná, jako pravděpodobnost, že skončí na straně levé, zřídka byl počet vyrovnaný (přestože byl v krabici celkem sudý počet generátorů). Jaká je pravděpodobnost, že bude nalevo i napravo stejný počet generátorů, pokud jsou v krabici 2, 4 a 6 generátorů? Dokážete sestavit obecný vzoreček pro tuto pravděpodobnost pro sudé n generátorů? (Pozn. pro vyjádření obecného vzorečku je potřeba použít tzv. faktoriál, který se zapisuje jako $x!$, tedy třeba $5!$, a jeho hodnota je rovna součinu čísel od 1 do x . Tedy $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$. Přičemž je dané, že $0! = 1$.)

Otázka 2.3

Po dokončení třídění bylo v krabici na vyřazení 110 generátorů. Jaká je pravděpodobnost u každého z nich, že byl umístěn do této krabice neprávem, tedy že funguje? Abyste mohli tuto pravděpodobnost lépe vypočítat, předpokládejte, že je celkem jen 10 generátorů vadných. To prof. Morous zjistil díky tomu, že na dně původní krabice našel 10 antének, které generátor používal k detekci šumu z éteru, na základě čehož generoval náhodné číslo. Bez anténky byl tudíž generátor nefunkční. Zkuste vysvětlit, proč je pravděpodobnost, že je vyřazený generátor skutečně vadný, tak nízká, přestože není příliš pravděpodobné, že profesor některý fungující generátor označí za vadný.

Otázka 2.4

Profesoru Morousovi se nelíbilo, že zahazuje tolik fungujících generátorů a rozhodl se krabici s dvěma kopičkami vyřazených generátorů znovu projít. Měl ale už málo času, a tak stiskl tlačítko ke generování na každém jen jednou. Jak je možné, že dokázal označit necelou polovinu generátorů jako funkčních, přestože si nepamatoval, jaké číslo na nich padlo předtím?

Otázka 2.5

Vymyslete příklad zařízení, které se mohlo vloučit do krabice s generátory, bylo označeno použitým testem jako funkční generátor, ale nechová se náhodně. A samozřejmě má své uplatnění při stavbě robotů.